Научно-исследовательский семинар Логического центра ИФ РАН

24 апреля 2014 г., 15.30 (ИФ РАН, комн. 421)

Архиереев Николай Львович

ЭКСТЕНСИОНАЛЬНАЯ СЕМАНТИКА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ НЕКЛАССИЧЕСКИХ ЛОГИК

При построении семантик модальных и интуиционистских исчислений в современной логике в качестве исходных часто используются понятия модельной структуры, возможного мира и отношения достижимости между мирами. Несмотря на общепринятость данных понятий, их смысл во многом остаётся неясным. Так, иногда под возможным миром подразумевают мыслимое положение дел, состояние наших знаний об окружающем мире в определённый момент времени и.т.д. Иногда предлагается вообще не конкретизировать понятие возможного мира, рассматривая его просто как абстрактную «точку соотнесения», выбор которой в качестве исходной («выделенной») в семантическом анализе модальных понятий определяется задачами данного анализа или же особенностями отношения достижимости в соответствующей системе. При этом «размножение» самих систем, использующих указанные понятия в качестве исходных, осуществляется в основном сугубо формальными методами, например, наложением дополнительных, зачастую весьма экзотических ограничений на отношение достижимости между мирами.

Возможно ли построение «содержательных» семантик модальных и интуиционистских логик, использующих «чисто классические» понятия истинности, ложности, противоречивости и.т.д.?

В докладе излагаются основные принципы построения подобных экстенсиональных семантик для систем S5, S4 Льюиса и системы Int Гейтинга. При этом:

Модальности системы S5 рассматриваются как логические. Основные идеи построения семантики указанного типа для S5 были впервые сформулированы Ю.В. Ивлевым. Роль модельных структур выполняют особые конструкции – ограниченные и относительно ограниченные множества о.с., возникающие в результате определённых ограничений возможных истинностных значений элементарных высказываний; роль возможного мира выполняет классическое о.с.

Экстенсиональная семантика для S5 включает три типа оценок: 1) оценки формул к.л.в. в отдельных о.с. (двухзначные истинностно-функциональные оценки), 2) оценки формул, находящихся в области действия операторов $\Box$, $\Diamond$ (двухзначные не-истинностно-функциональные оценки, которые приписываются в множествах о.с.); 3) метаистолкования формул к.л.в. в терминах {N, C, I}(«логически необходимо», «логически случайно», «логически невозможно»), которые также осуществляются относительно множеств о.с. (трёхзначные не-истинностно-функциональные оценки).

Экстенсиональная семантика для S4 также включает три типа оценок и, кроме того, предполагает возможность повторного истолкования метаоценки C как необходимой или случайной. При этом сложные итерированные модальности («собственные» модальности S4) моделируются при помощи конечных упорядоченных множеств классических о.с.

Экстенсиональная семантика для системы Int строится на основе известного перевода формул языка системы Int в модальную систему S4, предложенного Дж. Маккинси и А. Тарским. Пусть ψ - функция перевода. Тогда, в зависимости от степени сложности интуиционистской формулы, её перевод в S4 будет выглядеть следующим образом:

1) $\psi(p) = \Box p$, где p –пропозициональная переменная;

2) $\psi(\neg A) = \Box\neg\psi(A)$, где A – произвольная формула;

3) $\psi(A \wedge B) = \psi(A) \wedge \psi(B)$;

4) $\psi(A \vee B) = \psi(A) \vee \psi(B)$;

5) $\psi(A \supset B) = \Box(\psi(A) \supset \psi(B))$.

«Произвольная формула А языка интуиционистской логики доказуема в исчислении Гейтинга тогда и только тогда, когда её перевод $\psi(A)$ доказуем в модальной системе S4» .(В.А. Бочаров, В. И. Маркин, «Введение в логику», М.,2008, стр. 354).

Полученная семантика Int является экстенсиональной. При этом свойства логических связок Int моделируются при помощи конечных упорядоченных множеств классических о.с. и описываются в метаязыке с кванторами по о.с. и их множествам.

Литература

В.А. Бочаров, В. И. Маркин, «Введение в логику», М.,2008;

А. Гейтинг, «Интуиционизм», М., 2010

Ю. В. Ивлев, «Модальная логика», М., 1991

Graham Priest, “An Introduction to Non-Classical Logic”, second edition, Cambridge, 2008